

TEMA 8.- REDUCCIÓN DE OBSERVACIONES AL ELIPSOIDE

EJERCICIO 8.1

$$p = 760,4 \text{ mm Hg} \quad t = 26^\circ \text{ C} \quad t' = 20,5^\circ \text{ C} \quad n_s = 1,000292 \quad d = 7432,568 \text{ m}$$

En la página 189 del libro se dan las siguientes fórmulas que determinan la *temperatura de saturación de vapor e'* y la *temperatura de presión de vapor e*, previas a la aplicación de la (8-2) que da el *índice de refracción n* en la zona de medida, :

$$\log e' = 26,12612 - \frac{3049,50}{t'+273,15} - 5,8697 \cdot \log(t'+273,15) = 26,12612 - \frac{3049,50}{20,5+273,15} - 5,8697 \cdot \log(20,5+273,15)$$

$$\log e' = 1,25589 \quad \Rightarrow \quad e' = 18,02561^\circ \text{ C}$$

$$e = e' - 0,00066 \cdot [1 + 0,0015 \cdot t' \cdot p \cdot (t - t')] = 18,02561 - 0,00066 \cdot [1 + 0,0015 \cdot 20,5 \cdot 760,4 \cdot (26 - 20,5)]$$

$$e = 17,94^\circ \text{ C}$$

$$(8-2) \quad n = 1 + \left[\frac{103,49 \cdot (p - e)}{t + 273,15} + \frac{86,26 \cdot e}{t + 273,15} \left(1 + \frac{5748}{t + 273,15} \right) \right] \cdot 10^{-6}$$

$$n = 1 + \left[\frac{103,49 \cdot (760,4 - 17,94)}{26 + 273,15} + \frac{86,26 \cdot 17,94}{26 + 273,15} \left(1 + \frac{5748}{26 + 273,15} \right) \right] \cdot 10^{-6} = 1 + [256,8517 + 104,5694] \cdot 10^{-6}$$

$$n = 1,000361$$

$$(8-1) \quad C_m = d (n_s - n) = 7432,568 \cdot (1,000292 - 1,000361)$$

$$\boxed{C_m = -0,516 \text{ m}}$$

EJERCICIO 8.2

Lo primero que se debe hacer es dar las distancias cenitales en grados sexagesimales:

$$\left. \begin{array}{l} 100 \rightarrow 90 \\ 97 \rightarrow X \end{array} \right\} \quad X = \frac{97 \cdot 90}{100} \quad \Rightarrow \quad Z_{PA} = 87,3^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} 100 \rightarrow 90 \\ 102 \rightarrow X \end{array} \right\} \quad X = \frac{102 \cdot 90}{100} \Rightarrow Z_{PB} = 91,8^\circ$$

Por aplicación de la fórmula (8-3) de la página 190 se puede calcular los desniveles pedidos entre P y A y entre P y B:

$$(8-3) \quad h_B - h_A = \Delta h = D_l \cos Z - (m - i)$$

$$\Delta h_{PA} = D_{PA} \cos Z_{PA} - (m_A - i) = 3557,283 \cos 87,3 - (1,80 - 1,65)$$

$$\boxed{\Delta h_{PA} = 167,42 \text{ m}}$$

$$\Delta h_{PB} = D_{PB} \cos Z_{PB} - (m_B - i) = 2477,616 \cos 91,8 - (1,75 - 1,65)$$

$$\boxed{\Delta h_{PB} = -77,92 \text{ m}}$$

Para el cálculo de la distancia horizontal se empleará la fórmula de la página 191 del libro:

$$D_H = D_l \operatorname{sen} Z$$

$$PA \rightarrow D_{HPA} = D_{IPA} \cdot \operatorname{sen} Z_{PA} = 3557,283 \cdot \operatorname{sen} 87,3 \rightarrow \boxed{D_{HPA} = 3553,334 \text{ m}}$$

$$PB \rightarrow D_{HPB} = D_{IPB} \cdot \operatorname{sen} Z_{PB} = 2477,616 \cdot \operatorname{sen} 91,8 \rightarrow \boxed{D_{HPB} = 2476,393 \text{ m}}$$

EJERCICIO 8.3

Lo primero que se ha de calcular es el *radio de curvatura medio* R_M para la zona de observación en latitud $36^\circ,5$ y sobre datum ED50, mediante la expresión (2-35), y para ello, previamente han de calcularse la *gran normal* N y el *radio de curvatura* ρ de la elipse meridiana:

$$(2-13) \quad N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \operatorname{sen}^2 \varphi}} = \frac{6378388}{\sqrt{1 - 0,00672267 \cdot \operatorname{sen}^2 36,5}} = 6.385.987,299 \text{ m}$$

$$(2-20) \quad \rho = \frac{a(1 - e^2)}{w^3} = \frac{6378388 \cdot (1 - 0,00672267)}{\left(\sqrt{1 - 0,00672267 \cdot \operatorname{sen}^2 36,5}\right)^3} = 6.358.179,286 \text{ m}$$

$$(2-35) \quad R_M = \sqrt{N \rho} = \sqrt{6.385.987,299 \cdot 6.358.179,286} = 6.372.068,394 \text{ m}$$

Para el cálculo del *coeficiente de refracción K* se empleará la fórmula (8-11) para el caso de cenitales dadas en grados centesimales:

$$(8-11) \quad K = \frac{1}{2} + \frac{R_M}{2D} [200 - (Z_A + Z_B)] \frac{\pi}{200} = \frac{1}{2} + \frac{6372068,394}{2 \cdot 6940,17} [200 - (99,9935 + 100,0763)] \frac{\pi}{200}$$

$$K = 0,5 - 0,50333325 \quad \Rightarrow \quad \boxed{K = -0,0033}$$

Para el cálculo de *corrección por refracción r* se empleará la (8-7):

$$(8-7) \quad r = \frac{D_i^2}{R_M} K = \frac{6940,17^2}{6372068,394} (-0,0033) \quad \Rightarrow \quad \boxed{r = -0,025 \text{ m}}$$

Para el cálculo de la *corrección por esfericidad e* se empleará la (8-4):

$$(8-4) \quad e = \frac{D_i^2}{2R_M} = \frac{6940,17^2}{2 \cdot 6372068,394} \quad \Rightarrow \quad \boxed{e = 3,779 \text{ m}}$$

EJERCICIO 8.4

Se calcula el *radio de curvatura medio R_M* para la zona de observación en latitud 38°,5 y sobre datum ED50, mediante la expresión (2-35), y para ello, previamente han de calcularse la *gran normal N* y el *radio de curvatura ρ* de la elipse meridiana:

$$(2-13) \quad N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \text{sen}^2 \varphi}} = \frac{6378388}{\sqrt{1 - 0,00672267 \cdot \text{sen}^2 38,5}} = 6.386.712,755 \text{ m}$$

$$(2-20) \quad \rho = \frac{a(1 - e^2)}{w^3} = \frac{6378388 \cdot (1 - 0,00672267)}{\left(\sqrt{1 - 0,00672267 \cdot \text{sen}^2 38,5}\right)^3} = 6.360.346,963 \text{ m}$$

$$(2-35) \quad R_M = \sqrt{N \rho} = \sqrt{6.386.712,755 \cdot 6.360.346,963} = 6.373.516,225 \text{ m}$$

Teniendo en cuenta los desniveles calculados en el ejercicio 8.2 y la fórmula (8-13) en la que interviene la *corrección conjunta por esfericidad y refracción (e-r)* se tiene:

$$(8-13) \quad \Delta h_{PA} = D_{PA} \cos Z_{PA} - (m_A - i) + 0,42 \frac{D_{PA}^2}{R_M}$$

$$\Delta h_{PA} = 167,42 + 0,42 \frac{3557,283^2}{6373516,225} = 167,42 + 0,83$$

$$\boxed{\Delta h_{PA} = 168,25 \text{ m}}$$

$$(8-13) \quad \Delta h_{PB} = D_{PB} \cos Z_{PB} - (m_B - i) + 0,42 \frac{D_{PB}^2}{R_M}$$

$$\Delta h_{PB} = -77,92 + 0,42 \frac{2477,616^2}{6373516,225} = -77,92 + 0,40$$

$$\boxed{\Delta h_{PB} = -77,51 \text{ m}}$$

EJERCICIO 8.5

El *radio medio* R_M es el mismo que el calculado para el ejercicio 8.3:

$$R_M = \sqrt{N \rho} = 6.372.068,394 \text{ m}$$

Pasamos la *distancia cenital* Z_{PA} de grados centesimales a grados sexagesimales:

$$\left. \begin{array}{l} 100 \rightarrow 90 \\ 99,6378 \rightarrow X \end{array} \right\} \quad X = \frac{99,6378 \cdot 90}{100} \Rightarrow Z_{PA} = 89,67402^\circ$$

Se emplea la fórmula (8-13) para el cálculo del desnivel entre P y A:

$$(8-13) \quad \Delta h_{PA} = D_{PA} \cos Z_{PA} - (m_A - i) + 0,42 \frac{D_{PA}^2}{R_M}$$

$$\Delta h_{PA} = 2628,583 \cdot \cos 89,67402 - (2,10 - 1,65 + 0,42) \frac{2628,583^2}{6372068,394}$$

$$\boxed{\Delta h_{PA} = 14,96 \text{ m}}$$

Para el cálculo de la distancia D_2 de la cuerda entre P y A se empleará la fórmula (8-16) en la que necesitamos conocer la altura h_A del punto A:

$$h_A = h_P + \Delta h_{PA} = 64,32 + 14,96 = 79,28 \text{ m}$$

$$(8-16) \quad D_2 = \sqrt{\frac{D_1^2 - \Delta h_{PA}^2}{\left(1 + \frac{h_P}{R_M}\right) \left(1 + \frac{h_A}{R_M}\right)}} = \sqrt{\frac{2628,583^2 - 14,96^2}{\left(1 + \frac{64,32}{6372068,394}\right) \left(1 + \frac{79,28}{6372068,394}\right)}}$$

$$D_2 = 2628,511 \text{ m}$$

EJERCICIO 8.6

Para el cálculo de la distancia horizontal se empleará la fórmula de la página 191 del libro:

$$D_H = D_1 \cdot \text{sen} Z$$

$$PA \rightarrow D_{HPA} = D_{1PA} \cdot \text{sen} Z_{PA} = 2628,583 \cdot \text{sen} 89,67402 \rightarrow D_{HPA} = 2628,540 \text{ m}$$

Para la reducción de la cuerda D_2 al arco s que da la distancia sobre el elipsoide se emplea la fórmula (8-18):

$$(8-18) \quad s = D_2 + Ca \quad \text{siendo:} \quad Ca = \frac{D_2^3}{24R_M^2}$$

$$s = D_2 + Ca = D_2 + \frac{D_2^3}{24R_M^2} = 2628,511 + \frac{2628,511^3}{24 \cdot 6372068,394^2} = 2628,511 + 0,000186$$

$$s = 2628,511 \text{ m}$$